Altruismo, Eficiencia y Bienes Públicos
Aplicación al caso GNU/Linux

Francisco Marhuenda* and Felipe Pérez Martí†

August, 1999
(Incomplete version)

Abstract

En el presente artículo reconsideramos el tema de la relación entre altruismo y eficiencia económica cuando hay bienes públicos. Para ello presentamos un modelo más completo y natural para tratar el tema, en una economía con dos agentes y bienes públicos, que el modelo estándar de la literatura existente. En primer lugar demostramos que pueden, efectivamente, hacerse comparaciones entre de bienestar de los egoistas y el de los altruistas. Seguidamente demostramos que, dado un grado de altruismo, hay un equilibrio altruista que es único. Luego caracterizamos completamente el conjunto de equilibrios altruistas, para todos los grados posibles de altruismo. El principal resultado es que, dado un grado de altruismo (o egoismo) en la sociedad que produce como equilibrio una asignación ineficiente dada una falla de mercado, por ejemplo, existen unos parametros con mayor grado de altruismo tales que el nuevo equilibrio altruista alcanzado superior en el sentido de Pareto, tanto para la nueva, como para la sociedad anterior. Finalmente, se ilustra la teoría como aplicación al caso del movimiento GNU/Linux.

1 Introducción

Uno de los problemas de la teoría económica sobre bienes públicos que no ha sido resuelto hasta ahora es el de la posibilidad de hacer comparaciones de bienestar cuando una sociedad cambia su grado de altruismo. Dos artículos clásicos acerca de altruismo y bienes públicos son los de Cornes-Sandler (1984, [6]) y el de Andreoni (1989, [1]). Esos artículos introdujeron el tema del altruismo en una economía con bienes públicos. El primero de ellos introduce el tipo de preferencias altruistas usado posteriormente. El segundo trata el problema de la política impositiva óptima cuando hay altruismo. Una pregunta obvia, no resuelta por esos artículos cásicos es si el

*Universidad Carlos III de Madrid, Ap. 99. E-03080. Spain. Ph. and Fax: 34-96/5903614 Email: paco@merlin.fae.ua.es.

†Instituto de Estudios Superiores de Administración (IESA). Av. IESA, San Bernardino, Caracas. Email: felipe.perez@iesa.edu.ve

altruismo, *per se* podría ser considerado como un mecanismo que mejora la el bienestar cuando se tienen problemas de eficiencia con las asignaciones de mercado u otros mecanismos, debido a la naturaleza de los bienes públicos y asimetría de información (fallas de mercado, *free riding*[1]). Con frecuencia, problemas de incentivos hacen de la producción de bienes públicos imposible o, al menos, ineficiente.

Ahora bien, con agentes altruistas la cosa podría cambiar, como se demuestra más abajo. De hecho, el incentivo para vivir a cuestas de los demás desaparece entonces, al menos en parte, pues la gente ahora se preocupa de las consecuencias negativas de sus acciones sobre las otras personas. Adicionalmente, ahora sí que es natural el suponer que las personas tiene información acerca de otras personas, al menos de sus vecinos (ya sea en términos de cercanía física, fácil comunicación, o parentesco familiar). Como resultado, debido a su inconformidad con los resultados del mercado, la gente podría simplemente organizarse espontáneamente para proveer el bien público, permitiendo de esa manera mejoras en el bienestar general. Uno de los objetivos del presente artículo es mostrar que esto es posible y que el mecanismo propuesto es robusto en el sentido de Nash. Además, mostramos un ejemplo práctico de dicho mecanismo: el movimiento GNU/Linux.

En los modelos presentados en los artículos aludidos, podríamos preguntar, una vez assumido altruismo, cuestiones relacionadas con políticas públicas que son muy similares a las planteadas para economías con agentes egoistas. En el presente artílculo, mientras tanto, nosotros vamos un paso atrás y nos preguntamos si el hecho altruista, en sí mismo considerado, podría ser interpretado como un mecanismo, esta vez sicológico, usado por los agentes egoístas, con el objeto de mejorar su bienestar, dadas las ineficiencias que resultan de usar otros mecanismos. Nuestra principal pregunta puede ser formulada, para darle más relieve a lo que se persigue, de la siguiente manera: Dada una economía con bienes públicos, ¿tiene sentido para los egoístas transformarse en altruistas? Aunque no respondemos a esta pregunta para un contexto dinámico, y alternativas para escoger endógenamente el grado de altruismo no están permitidas en nuestro modelo, el artículo se demuestra que la respuesta es afirmativa. De esta manera damos un primer paso para dar un fundamento teórico a lo que se observa en algunas instancias en la realidad, como la que ocurre en el caso del movimiento GNU/Linux. De hecho, con nuestra solución a la pregunta planteada encontramos una suerte de "función de adaptación" (*fitness function*) para un modelo de evolución del llamado *altruismo verdadero* (como opuesto a un modelo de cooperación estratégica) en una economía con bienes públicos.

Para nuestro propósito usamos un modelo de preferencias altruistas que es estándar en otros campos. La función de utilidad de la persona en cuestión es la suma de la función propia de placer (la función de utilidad de los egoistas) más la función de placer de la otra persona, ponderada por un parámetro altruista. Este tipo de modelo de preferencias es usado en el análisis macroe-

[1]Cuando hay bienes públicos, como es sabido, el equilibrio de mercado que resulta de la provisión privada del bien no es óptim de Pareto, en general, si las empresas productoras no pueden cobrar a cada persona un precio diferente. De hecho, un equilibrio de Lindhal, que es óptimo de Pareto, requiere que cada persona revele su beneficio marginal que proviene del disfrute del bien público provisto. En equilibrio, el precio personal se iguala con ese beneficio marginal. Pero ese supuesto de revelación de información personal no tiene lógica en un contexto en que las personas son egoistas, pues se tienen incentivos para hacer creer un beneficio marginal menor que el realmente disfrutado y soportar un costo relativamente menor (hacer *free-riding*, o "vivir a cuestas") que el resto de las personas que financian la producción del bien.

conómico para tratar el tema de transferencias intergeneracionales y sus consecuencias para la política económica óptima [2] y en análisis microeconómicos para explicar, entre otras cosas, el comportamiento de miembros de una familia[3].

Adicionalmente, la función altruista de felicidad usada resulta ser una solución importante al problema de consistencia de preferencias interrelacionadas[4], y permite de una manera natural tomar en cuenta todos los grados posibles de altruismo, incluyendo egoismo como un caso especial (altruismo de grado cero). Finalmente, y como se demuestra en el artículo, el modelo es muy similar al usado por Cornes and Sandler y por Andreoni. Como tiene algo más de estructura, es, de hecho, un caso especial de estos. Pero, como se muestra más abajo, permite una interpretación más natural del concepto de altruismo cuando hay bienes públicos.

Es de hacer notar que el modelo de preferencias propuesto parece idéntico al usado para caracterizar el conjunto de asignaciones eficientes en el sentido de Pareto en la la literatura del bienestar con enfoque de planificador central. En este sentido, el modelo propuesto podría ser interpretado como el análisis de las relaciones que se dan entre planificadores atómicos locales. Se trata de planeficadores en el sentido de que toman en cuenta, para formular sus deseos, no sólo sus preferencias y recursos, sino también los de sus vecinos. Son atómicos en el sentido de que sus deseos no necesariamente se transforman en realidad, debido a su falta de poder para llevar a cabo esa transformación, y son locales en el sentido de que se preocupan de sus vecinos, y no necesariamente de toda la sociedad. A pesar de que las asignaciones deseadas por los planificadores atómicos locales resultan ser eficientes, sus distintos deseos no necesariamente coinciden, y el presente trabajo caracteriza el conjunto de acuerdos posibles. Esta suerte de análisis local de bienestar muestra que, ciertamente, interacciones locales pueden ser una alternativa válida, o incluso un complemento, desde el punto de vista de la eficiencia, a las asignaciones de un planificador central (debido a fallas de información e incentivos), o a asignaciones de mercado (debido a fallas de mercado). planner.

Esta última interpretación del modelo[5] se adecúa al propósito de tratar de explicar, desde un punto de vista económico, el relativamente reciente fenómeno de software de "fuentes abiertas", el movimiento GNU/Linux. Uno de las críticas que tradicionalmente se han hecho con respecto a este movimiento, a la hora de considerar si usar o no sus productos para propósitos serios, es que el mismo no tiene un fuerte fundamento económico, porque, se argumenta, su actividad no depende de transferencias de dinero como contrapartida de bienes producidos. En el presente artículo mostramos, por el contrario, que dado un grado de altruismo por parte de los Hackers (así llamamos aquí a los miembros de dicho movimiento), un equilibrio es tan robusto como cualquier equilibrio de Nash: una vez alcanzado, los participantes no tienen incentivos a desviarse de ellos. También se muestra que los equilibrios son únicos, característica que los convierte en buenos predictores de la realidad en el tipo de juego en cuestión, como sabemos.

Examinemos un poco más de cerca este ejemplo. Primero que todo, software

Let us examine a little closer this example. Firs of all, software es, ciertamente, un bien

[2]Véase, por ejemplo, el precursor artículo de Barro (1974, [3]), en el que se trata por primera vez la relevancia del teorema de equivalencia Ricardiana.

[3]Véase, por ejemplo Becker (1974, [4]), Stark (1995, [11]), Arnott and Stiglitz (1991, [12])

[4]Ver en este sentido Marhuenda and Pérez-Martí (1998, [8]).

[5]En este caso, "interacción local" no tiene un significado espacial, sino cibernético.

público, ya que su uso por parte de alguien no impide su uso (desde un punto de vista tecnológico, aunque no necesariamente desde uno legal) por parte del resto de la población, incluso aunque ese uso requiere un hardware apropiado. Entre la gente que tiene el requerido hardware, con suficiente espacio ocioso en disco, una pieza de software es, pues, un bien público puro, si asumimos que su distribución no tienen costo. Esta no es un supuesto muy alejado de la realidad en tiempos presentes, tomando en cuenta lo que está ocurriendo hoy en día a través de la internet. El hecho de que el software es usualmente *excluíble* como consecuencia de leyes de derecho de autor, no lo hace un bien privado en sentido económico.

la *Free Software Foundation* (FSF), propietaria del proyecto GNU[6] consiste en un grupo de programadores (a quienes llamamos Hackers aquí) que se han asociado espontáneamente para producir y desarrollar software gratuíto de alta calidad. Esta institución permite al movimiento garantizar, de manera efectiva, que el software producido por ellos es un bien público no-excluíble ("de acceso libre", como ellos lo llaman). La provisión del bien es gratuíta, y a la persona que lo obtiene se le hace un llamado a que voluntariamente suministre recursos (dinero, tiempo de trabajo, tiempo y espacio de servidores, capacidad de programación, etc.) para hacer auto-sustentable al movimiento. La *General Public Licence* (GPL, la Licencia Pública General) es el instrumento legal usado por la FSF con el objeto de garanzitar que la persona que recive los programas no está capacitado para venderlos para su propio provecho y/o modificarlos y distribuirlos como si esa persona fuera el propietario privado del bien. La gente puede modificar los programas, pero para mejorarlos, y la FSF está encargada de decidir cuándo la propuesta modificación es apropiada. El "Manifiesto GNU", escrito por Richard Stallman al comienzo del proyecto para sentar sus bases y objetivos, dice, entre otras cosas, que

> "Considero que la regla de oro requiere que si a mí me gusta un programa, debo compartirlo con otra gente a la que también le gusta. Los vendedores de software quieren dividir a los usuarios y conquistarlos, obligando a los usuarios a no compartir con otras personas. Me rehúso a romper la solidaridad con otros usuarios en esa forma. No puedo, de acuerdo a lo que dicta mi conciencia, firmar un convenio de no-compartir, o un convenio de licencia de software... . Para poder continuar usando ordenadores sin deshonor, he decidido crear un cuerpo suficiente de software de libre acceso para poder trabajar sin software alguno que no tenga estas características. He renunciado al laboratorio de Inteligencia Artificial del MIT para impedir que esta institución me impida legalmente a compartir libremente los programas de GNU".

El plan del presente trabajo es como sigue: Primeramente mostramos un par de resultados que nos permiten hacer comparaciones de bienestar entre gente de diferentes grados de altruismo. Seguidamente mostramos existencia y unicidad de los equilibrios de Nash para una economida dada, poblada por individuos con un determinado grado de altruismo. Finalmente caracterizamos completamente el conjunto de equilibrios altruistas, y mostramos que el conjunto en cuestión va en la dirección apropiada, en términos de bienestar. Un corolario es que, ciertamente, un incremento en el grado de altruismo mejora la eficiencia en el sentido de Pareto[7]. En la próxima sección del

[6]GNU significa "Gee, it's not Unix", algo así como "Hostias, esto no es Unix".

[7]Este resultado complementa otros en otro artículo nuestro ([7]), en el que tratamos el caso de mercados incompletos y mostramos que las transferencias que se observan entre familiares y al interior de grupos de amigos, motivados por

artículo, mostramos que los Hackers exhiben un comportamiento altruista en el sentido en que lo hemos definido antes, implícito en su "aureola tibia" (que muestra quién se es, presumiblemente, por lo que se da sin esperar retorno), de manera que las conclusiones del análisis se aplica a su caso. En la última secctión hablamos acerca de las limitaciones del modelo, las líneas de turuta investigación, y algunos comentarios para concluir.

2 El modelol

Consideremos una economía con dos agentes, un bien privado y un bien público. No hay dotaciones iniciales del bien público, pero el agente $i = 1,2$ posee ω^i unidades iniciales de dotación del bien privado. Sea $\omega = \omega^1 + \omega^2$ el total de dotación de bienes privados en la economía.

Las preferencias están representadas por las funciones de utilidad $u^1, u^2 : \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} u^1(x_1,x_2,y) &= v^1(x_1,y) + \gamma_1 v^2(x_2,y) \\ u^2(x_1,x_2,y) &= v^2(x_2,y) + \gamma_2 v^1(x_1,y), \end{aligned} \tag{1}$$

donde $0 \leq \gamma_1, \gamma_2$. Aquí, x_i representa el consumo del bien privado por parte del individuo $i, i = 1,2$, e y es la producción (y el consumo) del bien público. Las preferencias egoistas corresponden a la especificación $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ y un alto grado de altruismo está asociado a altos valores de γ_1 or γ_2. La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representa la tecnología, disponible para todos los miembros de la la sociedad, para transformar bienes privados en bienes públicos.

Supuesto 2.1 *$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ es una función C^1 que es estrictamente creciente, estrictamente cóncava, y $f(0) = 0$.*

Una economía, pues, está completamente especificada por un vector $(v^1, v^2; f; \gamma_1, \gamma_2; w^1, w^2)$. Como siempre suponemos que v^1, v^2, f, w^1 y w^2 son constantes, podemos suponer que una economía está definida por el vector (γ_1, γ_2). Las restricciones de recursos para la economía son: : $x_1 + x_2 + z = w^1 + w^2 = \omega$, e $y = f(z)$, donde z es el monto de insumos de bienes privados utilizados en la producción del bien público.

Una asignación (x_1, x_2) *realizable* si $x_i \geq 0$, $i = 1,2$, y $x_1 + x_2 \leq \omega$. Se entiende que x_i representa el consumo, por parte del agente $i = 1,2$, del bien privado, y que un monto, o calidad $f(\omega - x_1 - x_2)$ del bien público es provisto conjuntamente con la asignación (x_1, x_2). Hacemos ahora nuestro supuesto de *planificador atómico*. Aquí se hace el supuesto natural de que, como la gente tiene en cuenta lo que le ocurre a los demás y conoce la función de placer del otro, ellos también conocen sus dotaciones iniciales y su consumo de bien privado. Como consecuencia de ello, el monto de bien público disponible es también conocido, ya que la función f es comúnmente conocida. El supuesto siguiente también establece un par de requerimientos técnicos estándares. Formalmente,

altruismo son, de hecho, un mecanismo para "completar los mercados", mejorando de esa manera el bienestar de los participantes.

Supuesto 2.2 *Las preferencias de los agentes están representadas por las funciones de utilidad*

$$\begin{aligned} W^1(x_1,x_2;\gamma_1) &= v^1(x_1, f(\omega - x_1 - x_2)) + \gamma_1 v^2(x_2, f(\omega - x_1 - x_2)) && (2)\\ W^2(x_1,x_2;\gamma_2) &= v^2(x_2, f(\omega - x_1 - x_2)) + \gamma_2 v^1(x_1, f(\omega - x_1 - x_2)) && (3)\end{aligned}$$

donde $\gamma_1,\gamma_2 \geq 0$ *y* v^i *son funciones estrictamente cóncavas y estrictamente crecientes en ambos argumentos, y, para* $i \neq j$,

$$v^k_{ij} = \frac{\partial^2 v^k}{\partial x_i \partial x_j}(x_1,x_2) \geq 0 \tag{4}$$

y

$$\lim_{x_k \to 0} \frac{\partial v^k}{\partial x_k}(x_1,x_2) = +\infty. \tag{5}$$

Definición 2.3 *Una asignación realizable* (x_1,x_2) *es Optima de Pareto si no hay más asignaciones realizables* (r_1,r_2) *tales que* $W^i(r_1,r_2;\gamma_i) \geq W^i(x_1,x_2;\gamma_i)$ *con al menos una de las desigualdades estricta. Usemos* $\mathrm{P}(\gamma_1,\gamma_2)$ *para designar el conjunto de asignaciones óptimas de Pareto en la economía* (γ_1,γ_2).

En la figura 2 se representan las asignaiones realizables mediante puntos (x^1,x^2) tales que $\omega - x^1 + x^2 \geq 0$. El monto y se infiere entonces como resultante de la operación $y = f(\omega - x^1 + x^2) \geq 0z \in \mathbb{R}_+$. También se representan en esa figura, que es similar al triángulo de Kolm, las preferencias y las asignaciones óptimas de Pareto. Fácilmente se puede demostrar que las ecuaciones (2) y (3) tienen un solo pico. Para el caso $\gamma_1 = 0$, ese pico está representado en la figura por el punto X', donde $x_2 = 0$. Similarmente, para $\gamma_2 = 0$, el pico está representado por el punto X''. Las curvas de indiferencia circundan esos puntos, como se muestra en la figura. Dos de las curvas de indiferencias representadas son tangentes entre sí en un punto realizable dado. Puede ser demostrado que el conjunto $P(0,0)$, indicado en la Figura 2, está conformado por todos los puntos realizables con esas características de tangencia. El resultado que mostramos a continuación nos permite hacer comparacioens de preferencias.

Proposición 2.4 *Considérense vectores* $\gamma = (\gamma', \gamma'') \geq 0$ *tales que* $\gamma'\gamma'' \leq 1$. *Entonces, la correspondencia de Pareto* P *es creciente en* γ, *i.e. si* $(\gamma_1,\gamma_2) \geq (\gamma_3,\gamma_4)$, *entonces* $\mathrm{P}(\gamma_1,\gamma_2) \subset \mathrm{P}(\gamma_3,\gamma_4)$.

Prueba: La Proposición es trivial si $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$. Asumamos, por ejemplo, que $\gamma_2,\gamma_4 > 0$. Una asignación (x_1,x_2) es óptima de Pareto en la economía $\gamma = (\gamma_1,\gamma_2)$ si y solo si existe una $\alpha \in [0,1]$ tal que (x_1,x_2) maximiza

$$\begin{aligned} &\alpha W^1(x_1,x_2;\gamma_1) + \tfrac{(1-\alpha)}{\gamma_2} W^2(x_1,x_2;\gamma_2)\\ = \quad & v^1(x_1, f(\omega - x_1 - x_2)) + (\alpha\gamma_1 + \tfrac{(1-\alpha)}{\gamma_2}) v^2(x_2, f(\omega - x_1 - x_2)).\end{aligned}$$

Sea

$$\beta = \frac{\alpha\gamma_1 + (1-\alpha)/\gamma_2 - 1/\gamma_4}{\gamma_3 - 1/\gamma_4}.$$

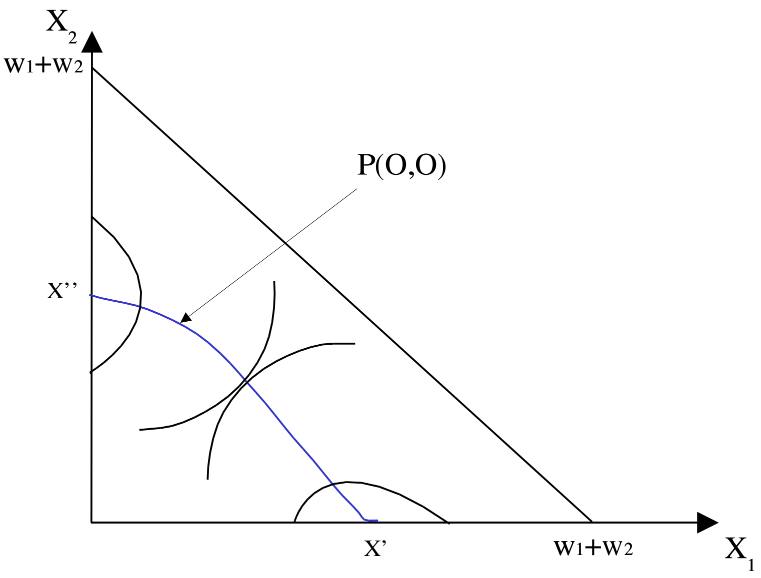

Figure 1: Optimos de Pareto, caso $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$

Comoquiera que $\gamma_4 \leq \gamma_2$ and $\gamma_1\gamma_2 \leq 1$, tenemos que

$$\alpha\gamma_1\gamma_2\gamma_4 + (1-\alpha)\gamma_4 \leq \alpha\gamma_4 + (1-\alpha)\gamma_4 = \gamma_4 \leq \gamma_2$$

de manera que $\alpha\gamma_1 + (1-\alpha)/\gamma_2 - 1/\gamma_4 \leq 0$. Claramente, $\gamma_3 - 1/\gamma_4 < 0$, pues $\gamma_3\gamma_4 \leq 1$. Así que $\beta > 0$. Por otro lado,

$$\alpha + \frac{1-\alpha}{\gamma_1\gamma_2} \geq 1 \geq \frac{\gamma_3}{\gamma_1}$$

así que $\alpha\gamma_1 + (1-\alpha)/\gamma_2 - 1/\gamma_4 \geq \gamma_3 - 1/\gamma_4$ and we also have $\beta \leq 1$.

Finalmente, se puede ver que $\alpha W^1(x_1, x_2; \gamma_1) + \frac{(1-\alpha)}{\gamma_2} W^2(x_1, x_2; \gamma_2) = \beta W^1(x_1, x_2; \gamma_3) + \frac{(1-\beta)}{\gamma_4} W^2(x_1, x_2; \gamma_4)$ así que (x_1, x_2) es óptimo de Pareto, igualmente, en la economía $\gamma = (\gamma_3, \gamma_4)$. **Q.E.D.**

Este resultado podría verse, desde cierto punto de vista, como un enfoque más general al análisis del bienestar caracterizado por las decisiones supuestas del planificador central. En nuestro caso se tiene más de un planificador, y el problema es coordinar sus supuestas decisiones, o agregar sus preferencias en el sentido en que lo hace la teoría de la decisión social. En la Figura 2 las gammas corresponden a los diferentes niveles de altruismo mencionados en la proposición y están colocadas sobre el conjunto $P(0,0)$ exactamente donde los picos de las funciones (2) y (3) deberían estar. Puede demostrarse que otra forma de hallar $P(0,0)$ es encontrando los distintos picos de las funciones mencionadas, variando para ello las gammas correspondientes desde cero hasta infinito, a la manera que se hace en teoría del bienestar social. Un hecho digno de resaltarse es que cuando $\gamma_1\gamma_2 = 1$, los picos coinciden, de manera que los picos de los planificadoes

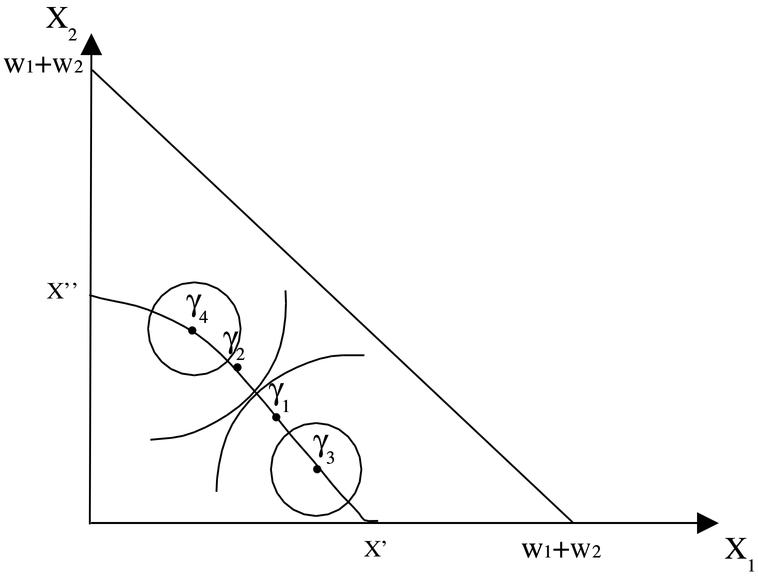

Figure 2: Comparaciones de eficiencia: P es decreciente

atómicos son los mismos, e iguales a los de un planificador central. La Figura 2 muestra cómo el segmento que va desde γ_2 a γ_1, $P(\gamma_1,\gamma_2)$, está incluido en el segmento que va desde γ_4 hasta γ_3, $P(\gamma_3,\gamma_4) \subset P(0,0)$.

Aunque contamos a esta altura con la posibilidad de hacer comparaciones de bienestar, ahora se presenta una sutil complicación. Alguien podría argumentar que, aunque un incremento en el perfil de altruismo en la sociedad conserva algunas de las asignaciones eficientes todavía en calidad de tales, la sociedad podría estar perdiendo algunas asignaciones eficientes con el cambio. El problema adquiere significación cuando la posibilidad de evolución de preferencias se toma en consideración, pues se puede argumentar que si la gente va a incrementar su grado de altruismo debido a ineficiencias, digamos, en el momento en que ellos cambien de preferencias, sus asignaciones preferidas anteriormente no lo son ahora, y el cambio no debió valer la pena. El siguiente resultado muestra que no hay problema con esto.

Proposición 2.5 *Considérense vectores $\gamma = (\gamma', \gamma'') \geq 0$ tales que $\gamma'\gamma'' \leq 1$. Sea (x_1, x_2) una asignación realizable que es ineficiente para la sociedad (γ_1, γ_2), y sea $\mathrm{P}(\gamma_1, \gamma_2; x_1, x_2)$ el conjunto de asignaciones que son preferidas en el sentido de Pareto a (x_1, x_2) por parte de ambos individuos. Entonces, existe una economía $(\gamma_3, \gamma_4) \geq (\gamma_1, \gamma_2)$ tal que $\mathrm{P}(\gamma_1, \gamma_2; x_1, x_2) \subset \mathrm{P}(\gamma_3, \gamma_4)$.*

Prueba: Considérese la Figura 2. La posición de γ_1 y γ_2 en $P(0,0)$ repersentan los picos de las funcines (2) y (3), respectivamente. Considérense las dos curvas de indiferencia que pasan a través del punto (x_1, x_2), como se muestra en la figura. La curva de indiferencia que corresponde a la persona 1 corta $P(0,0)$ en el punto A, y la que corresponde a la persona 2 lo corta en el punto

B. El conjunto $\mathrm{P}(\gamma_1,\gamma_2;x_1,x_2)$ es el segmento de $P(0,0)$ que va desde el punto γ_2 hasta B. En este caso, designamos $\gamma_4=\gamma_2$ y hacemos que γ_3 sea el parámetro (existe) que alcanza el máximo de la ecuación (2) en el punto B. Para el resto de los casos, procedemos de una manera similar. **Q**.**E**.**D**.

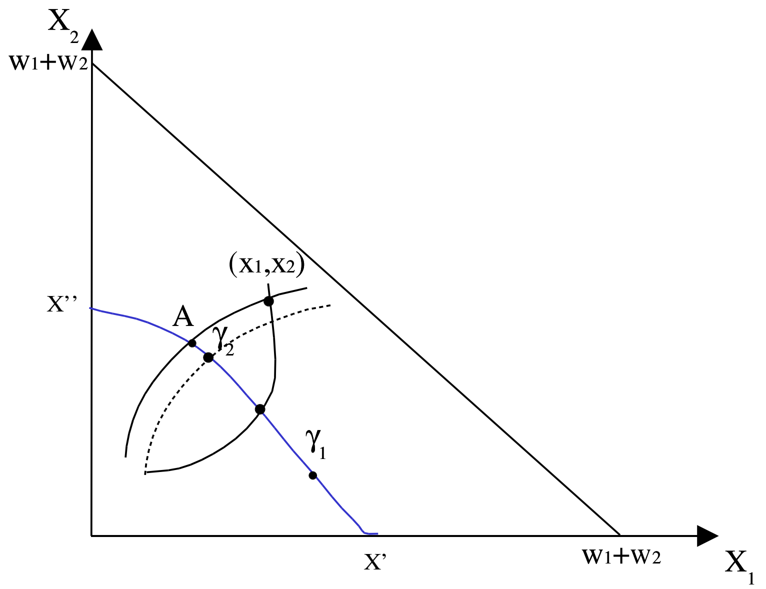

Figure 3: Comparaciones de eficiencia: $\mathrm{P}(\gamma_1,\gamma_2;x_1,x_2)\subset \mathrm{P}(\gamma_3,\gamma_4)$

Definición 2.6 Una asignación realizable (x_1,x_2) es un Acuerdo Altruista si $\gamma_1\gamma_2\leq 1$, x_1 es una solución al problema

$$\max_{0\leq\xi\leq w^1} W^1(\xi,x_2;\gamma_1) \tag{6}$$

y x_2 es una solución al problema

$$\max_{0\leq\xi\leq w^2} W^2(x_1,\xi;\gamma_2). \tag{7}$$

Esta es, simplemente, la aplicación del concepto de solución de equilibrio de Nash a nuestro modelo. En general, existe un conflicto inherente entre los agentes en esta economía a pesar de que ellos tengan cierto grado positivo de altruismo. Al no coincidir los picos de las respectivas funciones de utilidad, lo que una persona quiere para la otra no coincide con lo que esta quiere para sí misma, y viceversa. Tampoco el monto preferido de bienes públicos es el mismo para las dos personas. Como se comentó antes, sólo hay ausencia de conflicto si los parámetros altruistas son tales que $\gamma_1\gamma_2=1$e[8]. Para los otros casos nos vemos obligados a usar el concepto de equilibrio

[8]De hecho, si los problemas de maximización (6) and (7) fueran resueltos teniendo en cuenta los dos primeros argumentos, un único pico interno sería obtenido, dados nuestros supuestos. El resultado de Marhuenda y Pérez-Martí ([**?**]) que dice que los picos coinciden cuando $\gamma_1\gamma_2=1$ se aplican también al presente caso.

de Nash para poder garantizar que los agentes llegan a un acuerdo con respecto a la cantidad (o cualidad) del bien público producido, aunque haya desacuerdo en cuanto a quién trabaja más y quién trabaja menos para producirlo. Ahora, en el caso $\gamma_1\gamma_2 < 1$, un equilibrio de Nash comporta el tipo de desacuerdo en el que cada agente, si él fuera a asignar los recursos de toda la economía, preferiría él trabajar menos y el otro trabajar más que en el equilibrio propuesto. En el caso $\gamma_1\gamma_2 > 1$, por el contrario, un equilibrio de Nash implicaría una situación en la que cada persona preferiría trabajar más y el otro menos que la asignación propuesta. El caso $\gamma_1\gamma_2 = 1$ genera un equilibrio que es un asignación óptima de pareto para ambas economías, tanto la poblada con egoistas, como la poblada con altruistas. Más aún, la asignación óptima de Pareto para la economía altruista sería, en este caso, la única posible asignación óptima de Pareto.

Proposición 2.7 *Dados $\gamma_1, \gamma_2 \geq 0$, $\gamma_1\gamma_2 \leq 1$, existe al menos un Acuerdo Altruista en la economía (γ_1, γ_2).*

Prueba: Es fácil verificar que las funciones W^i son estrictamente cóncavas y, como consecuencia, dado $\theta \in [0, w^2]$, existe una única solución $\varphi_1(\theta, \gamma_1) \in [0, w^1]$ al problema de maximización $\max_{0\leq\xi\leq w^1} W^1(\xi, \theta; \gamma_1)$. La solución define una función $\varphi_1 : [0, \omega^2] \to [0, \omega^1]$ que representa la respuesta óptima (en términos de consumo del bien privado) del jugajor 1 dado que el jugador 2 consumes θ. Usanso el Teorema del Máximo, la función φ_1 es contínua. Similarmente, existe una función contínua $\varphi_2 : [0, \omega^1] \to [0, \omega^2]$ tal que $\varphi_2(\theta, \gamma_2) \in [0, w^2]$ es la solución única al problema de maximización $\max_{0\leq\xi\leq w^2} W^2(\theta, \xi; \gamma_2)$. Notemos que (x_1, x_2) es un Acuerdo Altruista si y sólo si $\varphi_1(x_2; \gamma_1) = x_1$ and $\varphi_2(x_1, \gamma_2) = x_2$.

Ahora, la función $\varphi_2 \circ \varphi_1 : [0, \omega^2] \to [0, \omega^2]$ es también contínua. Usando el teorema del punto fijo, existe una $\theta \in [0, \omega^2]$ tal que $\varphi_2 \circ \varphi_1(\theta, \gamma_1) = \theta$. De manera que, $x_1 = \varphi_1(\theta, \gamma_1)$ and $x_2 = \theta$ es un Acuerdo Altruista. **Q.E.D**.

Hacemos los supuestos necesarios para que las soluciones a los problemas 6 y 7 sean determinados mediante las condiciones de primer orden. De hecho, las funciones φ_1 y φ_2 intruducidas en la prueba de la Proposición 2.7 están definidas implícitamente por las ecuaciones $D_1W^1(\varphi_1(\theta, \gamma_1), \theta; \gamma_1) = 0$ y $D_2W^2(\theta, \varphi_2(\theta, \gamma_2); \gamma_2) = 0$ por lo que las mismas están en el espacio C^1. Notar que φ_1 and φ_2 dependen también de γ_1 y γ_2, respectivamente.

Lema 2.8
1. *Para γ_1, γ_2 fijos, φ_i, $i = 1, 2$ es estrictamente decreciente en θ.*
2. *Para θ fija, φ_1 es estrictamente decreciente en γ_1, φ_2 es estrictamente decreciente en γ_2.*

Prueba: Haciendo diferenciación implícita, tenemos que $\varphi_1' = \partial\varphi_1/\partial\theta$ puede ser derivada de la ecuación $D_{11}W^1(\varphi_1(\theta, \gamma_1), \theta)\varphi_1'(\theta) + D_{12}W^1(\varphi_1(\theta, \gamma_1), \theta) = 0$. De manera que,

$$\varphi_1'(\theta, \gamma_1) = -\frac{D_{12}W^1(\varphi_1(\theta, \gamma_1), \theta)}{D_{11}W^1(\varphi_1(\theta, \gamma_1), \theta)}.$$

Por simple álgebra tenemos (usando supuestos 2.1 y 2.2) que

$$D_{11}W^1 = v_{11}^1 - 2v_{12}^1 f' + v_{22}^1 (f')^2 + v_2^1 f'' + \gamma_1(v_{22}^2 (f')^2 + v_2^2 f'') < 0$$

y

$$D_{12}W^1 = -v^1_{12}f' + v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'' - \gamma_1(v^2_{12}f' - v^2_{22}(f')^2 - v^2_2 f'') < 0$$

, así que $\varphi_1'(\theta,\gamma_1) < 0$ y φ_1 es decreciente en θ.

Diferenciando ahora implícitamente $D_1W^1(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta;\gamma_1) = 0$ con respecto a γ_1 tenemos que

$$D_{11}W^1\frac{\partial\varphi_1}{\partial\gamma_1} + \frac{\partial}{\partial\gamma_1}D_1W^1 = 0$$

lo cual es lo mismo que

$$D_{11}W^1\frac{\partial\varphi_1}{\partial\gamma_1} = v^2_2 f'$$

Pero $D_{11}W^1 < 0$ y $v^2_2 f' > 0$, de manera que $\frac{\partial\varphi_1}{\partial\gamma_1} < 0$. Un argumento similar se aplica a φ_2. **Q**.**E**.**D**.

Proposición 2.9 *Dados $\gamma_1,\gamma_2 > 0$, $\gamma_1\gamma_2 \le 1$, el Acuerdo Altruista de la Proposición 2.7 es único.*

Prueba: Usando el Lema 2.8, para cada γ_1 fijo, la función φ_1 es monotónica en θ, por lo cual tiene una inversa que llamaremos $\psi_1 = \varphi_1^{-1}$. Un Acuerdo Altruista está determinado por un punto θ tal que $\psi_1(\theta,\gamma_1) = \varphi_2(\theta,\gamma_2)$.

Nos proponemos ahora demostrar que $\psi_1'(\theta,\gamma_1) < \varphi_2'(\theta,\gamma_2)$ para $0 < \gamma_1\gamma_2 \le 1$ y toda θ en el dominio de ψ_1. Pare ver esto, fijemos γ_1,γ_2 de tal manera que $0 < \gamma_1\gamma_2 \le 1$. Sea $\gamma_1' = 1/\gamma_2$. Notemos que $\gamma_1 \le \gamma_1'$. Luego de alguna álgebra, tenemos que

$$\begin{aligned}
\varphi_2'(\theta,\gamma_2) &= -\frac{D_{12}W^2(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)}{D_{22}W^2(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)} \\
&= \frac{v^2_{12}f' - v^2_{22}(f')^2 - v^2_2 f'' + \gamma_2(v^1_{12}f' - v^1_{22}(f')^2 - v^1_2 f'')}{v^2_{11} - 2v^2_{12}f' + v^2_{22}(f')^2 + v^2_2 f'' + \gamma_2(v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'')}
\end{aligned}$$

Como W^1 es estrictamente cóncava, el determinante

$$\begin{vmatrix} D_{11}W^1 & D_{12}W^1 \\ D_{12}W^1 & D_{22}W^1 \end{vmatrix} = D_{11}W^1 D_{22}W^1 - (D_{12}W^1)^2$$

es estrictamente positivo. Se sigue que,

$$\begin{aligned}
\psi_1'(\theta,\gamma_1) &= -\frac{D_{11}W^1(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)}{D_{12}W^1(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)} \\
&< -\frac{D_{12}W^1(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)}{D_{22}W^1(\varphi_1(\theta,\gamma_1),\theta)} \\
&= -\frac{-v^1_{12}f' + v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'' - \gamma_1(v^2_{12}f' - v^2_{22}(f')^2 - v^2_2 f'')}{v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'' + \gamma_1(v^2_{11} - 2v^2_{12}f' + v^2_{22}(f')^2 + v^2_2 f'')} \\
&< \frac{v^1_{12}f' - v^1_{22}(f')^2 - v^1_2 f'' + \gamma_1'(v^2_{12}f' - v^2_{22}(f')^2 - v^2_2 f'')}{v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'' + \gamma_1'(v^2_{11} - 2v^2_{12}f' + v^2_{22}(f')^2 + v^2_2 f'')} \\
&= \frac{v^2_{12}f' - v^2_{22}(f')^2 - v^2_2 f'' + \gamma_2(v^1_{12}f' - v^1_{22}(f')^2 - v^1_2 f'')}{v^2_{11} - 2v^2_{12}f' + v^2_{22}(f')^2 + v^2_2 f'' + \gamma_2(v^1_{22}(f')^2 + v^1_2 f'')} \\
&= \varphi_2'(\theta,\gamma_2)
\end{aligned}$$

donde la última desigualdad se deriva del hecho de que $v_{12}^2 f' - v_{22}^2 (f')^2 - v_2^2 f'' > 0$, $v_{11}^2 - 2v_{12}^2 f' + v_{22}^2 (f')^2 + v_2^2 f'' < 0$ y $\gamma_1 \leq \gamma_1'$. Así queda demostrado lo que nos proponíamos.

Supóngase ahora que existen dos Acuerdos Altruistas $\theta_1 < \theta_2$ tales que $\psi_1(\theta_1) = \varphi_2(\theta_1)$ y $\psi_1(\theta_2) = \varphi_2(\theta_2)$. Entonces $\psi_1(\theta) - \varphi_2(\theta, \gamma_2)$ tiene dos ceros en el intervalo $[\theta_1, \theta_2]$, de manera que existe una $\theta_3 \in (\theta_1, \theta_2)$ que $\psi_1'(\theta_3) = \varphi_2'(\theta_3)$, lo cual contradice lo que proponíamos. **Q.E.D.**

En la Figura 2 podemos visualizar dos Acuerdos Altruistas como puntos de cruce de las curvas de reacción ψ y φ, para diferentes perfiles de gammas. En los puntos de cruce, $\psi' < \varphi' < 0$. Cuando $\gamma_1\gamma_2 = 1$, $\psi(\ ,\gamma_1)$ y $\varphi(\ ,\gamma_2)$ se cruzan exactamente dentro del conjunto $(P(0,0))$, y $\mathrm{P}(\gamma_1, \gamma_2)$ consiste precisamente en ese punto de cruce, que constituye el único Acuerdo Altruista. También representamos en esa figura el caso de $(\gamma_1, \gamma_{2'})$, con $\gamma_{2'} < \gamma_2)$, de manera que $\gamma_1\gamma_{2'} < 1$. En este caso $\psi(\ ,\gamma_1)$ y $\varphi(\ ,\gamma_{2'})$ se cruzan en un punto que representa una asignación ineficiente, por encima de $P(0,0)$. En este caso, $P(\gamma_1, \gamma_{2'})$ es el segmento de $P(0,0)$ que va desde el punto en donde $\varphi(\ ,\gamma_{2'})$ lo cruza (que es, precisamente, el pico de la función W^2), y está representado en la figura en cuestión por el parámetro $\gamma_{2'}$) hasta $\mathrm{P}(\gamma_1, \gamma_2)$.

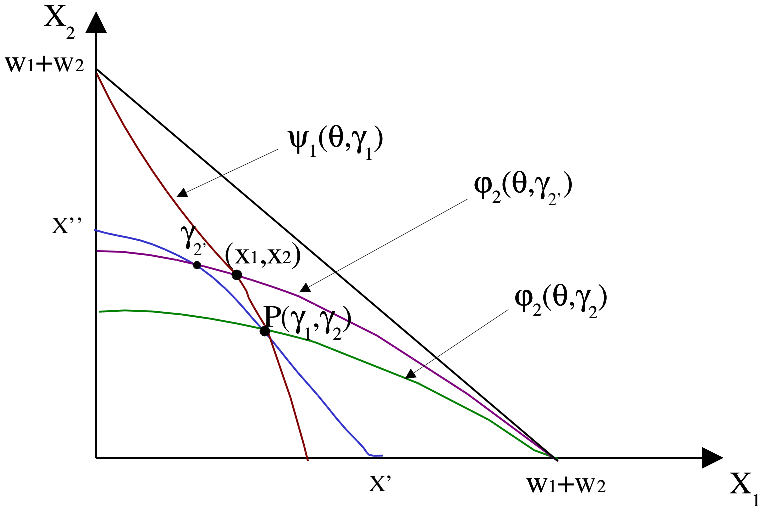

Figure 4: Examples of Altruistic Equilibria

Con el objeto de caracterizar completamente el conjunto de todos los Acuerdos Altruistas posibles (acuerdos para todas las combinaciones posibles de perfiles de gammas), analizamos ahora la estructura de la función

$$(\gamma_1, \gamma_2) \mapsto \mathrm{R}(\gamma_1, \gamma_2).$$

Esta función asigna a cada economía (γ_1, γ_2) tal que $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ $\gamma_1\gamma_2 \leq 1$ su correspondiente único Acuerdo Altruista. En primer lugar, notemos que $\mathrm{R}(\gamma_1, \gamma_2)$ está dado impícitamente por el sistema de ecuaciones $D_1W^1 = D_2W^2 = 0$. El Jacobiano del sistema es $D_{11}W^1D_{22}W^2 - D_{12}W^1D_{12}W^2 > 0$ si $\gamma_1, \gamma_2 > 0$. Así que, $\mathrm{R}(\gamma_1, \gamma_2)$ está en el espacio C^1 de funciones de (γ_1, γ_2). Como consecuencia de la Proposicón 2.8, la función R define un difeomorfismo que va desde el conjunto abierto $A = \{(\gamma_1, \gamma_2) \in \mathbb{R}^2 : \gamma_1, \gamma_2 > 0, \gamma_1\gamma_2 < 1\}$ al conjunto de asignaciones realizables que se extiende al borde $\partial A = \{(\gamma_1, \gamma_2) \in \mathbb{R}^2_+ : \gamma_1\gamma_2 = 0\} \cup \{(\gamma_1, \gamma_2) \in \mathbb{R}^2_+ : \gamma_1\gamma_2 = 1\}$. Sea $B = \{(\gamma_1, \gamma_2) \in \mathbb{R}^2_+ : \gamma_1\gamma_2 = 1\}$.

Proposición 2.10 $\mathrm{P}(0,0) = \mathrm{R}(B) \cup \{(\bar{x}_1, 0)\} \cup \{(0, \bar{x}_2)\}$*, donde, para* $i = 1,2$*,* $\bar{x}_i$ *maximiza*

$$\max_{0 \leq z \leq w} v_i(z, f(\omega - z)$$

.

Se sigue que $\mathrm{R}(A)$ es una región de $\mathbb{R}^2$ con un interior no vacío cuyo borde está definido por $\mathrm{P}(0,0)$ y los gráficos de las funciones $\varphi_1(\theta, 0)$ y $\varphi_2(\theta, 0)$. $\mathrm{R}(A)$ puede ser visualizado como el área sombreada en la Figura 2. En general, un equilibrio de mercado conlleva una producción del bien público por debajo de la producción eficiente, y representa asignaciones por encima de $P(0,0)$ en la figura. Una consecuencia inmediata de la caracterización de $\mathrm{R}(A)$ y de la Proposición 2.5 es que, dado una asignación de mercado de bienes públicos que es ineficiente, existen parámetros altruistas que mejoran, en el sentido de Pareto, esa asignación. Este resultado puede visualizarse con sólo mirar a la Figura 2. Como el mismo representa el resultado más importante del presente artículo, lo presentaremos formalmente como un corolario:

Proposición 2.11 *Considérense vectores* $\gamma = (\gamma', \gamma'') \geq 0$ *tales que* $\gamma'\gamma'' \leq 1$*. Sea* (x_1, x_2) *una asignación ineficiente para la sociedad* (γ_1, γ_2)*. Entonces existe una economía* $(\gamma_3, \gamma_4) \geq (\gamma_1, \gamma_2)$ *tal que, si* (x_3, x_4) *es un Acuerdo Altruista que corresponde a la economía* (γ_3, γ_4)*, esta asignación es preferida en el sentido de Pareto a la asignación* (x_1, x_2) *en ambas economías.*

3 Ejemplo: Eficiencia de las donaciones de "aureola tibia", y el altruismo de los Hackers

En nuestro modelo original, las preferencias para la persona 1 estaban dadas por la función de utilidad

$$u^1(x_1, x_2, y) = v^1(x_1, y) + \gamma_1 v^2(x_2, y) \tag{8}$$

Sea $z_i = w^i - x_i, i = 1,2$. De manera que z_i representa el monto de bienes privados que la persona i contribuye para la provisión del bien público. Si la persona 1 tiene suficiente conocimiento para darse cuenta que $y = f(z)$, como hemos supuesto, donde $z = z_1 + z_2$, entonces, como $y = f(z_1 + z_2) = f(z_1 + w^2 - x_2)$, y f es inversible, él puede calcular que $x_2 = w^2 + z_1 - f^{-1}(y)$. Teniendo estas relaciones en mente, la persona 1 se da cuenta de que, usando (8),

$$\begin{aligned} u^1(x_1, x_2, y) &= v^1(x_1, y) + \gamma_1 v^2(x_2, y) \\ &= v^1(x_1, y) + \gamma_1 v^2(w^2 + z_1 - y, y) \\ &\equiv G^1(x_1, y, z_1), \end{aligned} \tag{9}$$

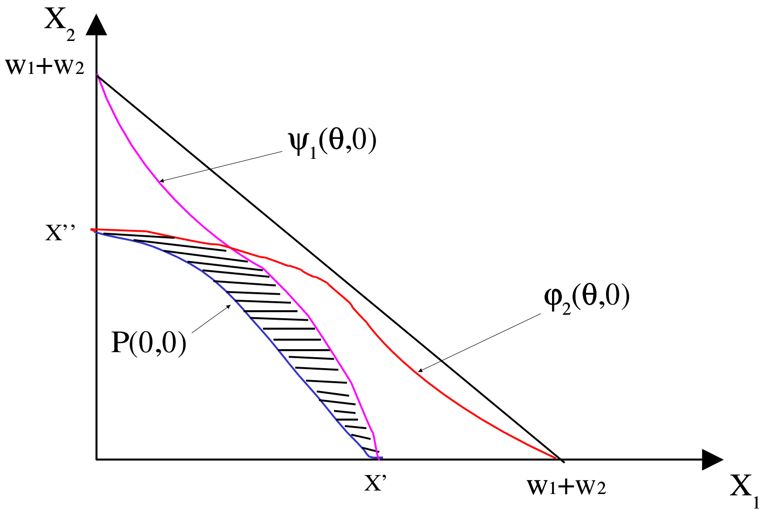

Figure 5: Set of Altruistic Equilibria, for different (γ_1, γ_2) profiles

que es equivalente a la formulación presentada en el artículo citado de Andreoni ([2]). Ahora bien, en la formulación de Andreoni, la gente no parece darse cuenta directamente que el monto de sus donaciones al bien público avectan el nivel de consumo privado de las otras personas en la economía. Nuestro modelo provee de una interpretación con respecto al origen de la "aureola tibia"[9]: tiene ciertamente que ver con la relación que existe entre la persona en cuestión y las otras personas del grupo[10]. En nuestro modelo, la aureola tibia viene de la satisfacción que causa el saber que las propias contribuciones al bien público mejoran el bienestar de las otras personas, tanto por consumir más y/o mejor bienes públicos, como por disfrutar de más bienes privados. De hecho, dado un monto de bien público, un incremento en las propias donaciones de bien privado incrementa el consumo privado que realizan las demás personas, pues el trabajo de las primeras, digamos, es un sustituto para el trabajo de las demás personas. Por otro lado, dado un monto de consumo de bienes privados por parte del resto de la gente, un incremento de las propias donaciones de bienes privados incrementa el consumo, por parte de todo el mundo, de bienes públicos.

Como el Manifiesto del movimiento GNU, citado arriba, dice, sus miembros pueden estar actuando directamente como altruistas. Sin embargo, como es frecuentemente argumentado, Hack-

[9]Esta frase alude al hecho de que las donaciones caracterizan a las personas que las realizan, generando una especie de halo de santidad.

[10]Después de todo, nuestra principal motivación es contestar la pregunta de porqué las personas son altruistas. aunque aquí no presentamos el proceso de aprendizage o evolución de las preferencias altruistas, el artículo argumenta que una justificación para el altruismo es que hace a las personas más felices, realmente, bajo ciertas circunstancias.

ers no necesariamente se preocupan por los demás, directamente, y pueden ser concebidos como teniendo una función de utilidad como la función G. Aún en este caso de interpretación como "aureola tibia" de las propias contribuciones, nuestros resultados se aplican, como hemos demostrado en esta sección.

4 Comentarios finales

Hemos demostrado que, ciertamente, podemos interpretar el altruismo en una economía con bienes públicos como un mecanismo que la gente utiliza con el fin de mejorar su bienestar. No se ha tratado, sin embargo, del tema del proceso evolutivo que podría estar generando los cambios en las preferencias hacia el altruismo. Por lo menos, nuestros resultados nos dan una pista en esa dirección: existe una función de fitness o adaptación que hace posible ese proceso, y esa función se aplica no a los individuos como tales, sino a la sociedad en su conjunto. De hecho, los individuos tienen incentivos para desviarse si tuvieran la oportunidad de escoger sus propias preferencias y supieran que el resto de gente escoge ser más altruista. Sin embargo, las sociedades con niveles de altruismo adecuados en algún sentido, pueden ser, ciertamente, más exitosas que otras con menores grados de altruismo. Cierto grado de reciprocidad debería ser alcanzado entre los individuos, para complementar la fitness de la sociedad, si hay cierto nivel mínimo de consumo por debajo del cual los individuos desaparecen de la sociedad y debilitan el potencial económico de la sociedad.

Está planteado seguir esta línea de investigación extendiento, al mismo tiempo, el tamaño de la sociedad a un número finito $n > 2$. Para extender el número de miembros de la sociedad una complicación se presenta: si se requiere que los individuos se preocupen por todas y cada una del resto de los miembros de la sociedad, el nivel requerido de racionalidad con respecto al monto de información y abilidad computacional se hacen demasiado grandes y poco realistas. El modelo se haría merecedor de la misma crítica de impracticabilidad que se hace a las soluciones del planificador central, sólo que la crítica se multiplicaría por el número n. Para mantener las cosas a un nivel aceptable de simplicidad, estamos trabajando en una extensión que solamente requiere que cada individuo conozca y se preocupe por sus vecinos. En un reciente artículo, Ok y Vega-Redondo (1999,[10]) han demostrado que la evolución de preferencias hacia el altruismo es robusta sólo si hay información completa entre las personas que interactúan. Nuestro requerimiento para extender el número de miembros de la sociedad tiene, pues, dos ventajas: es realista (la gente conoce y se preocupa, al menos, de sus vecinos, ya sea espacial, biológica o cibernéticamente), y hace al modelo estable evolutivamente.

Para finalizar, hacemos notar que la función de aureola tibia G nos ha permitido incluir en el modelo el caso de los Hackers. Hackers, como lo definimos aquí, incluye no solo a los expertos programadores, como usualmente se define el término, sino también a los muchos voluntarios que proveen recursos en cualquier cantidad o cualidad (por ejemplo, reportando bugs). Aparte del hecho que el modelo enfatiza la posible robustez economica del movimiento de fuentes abiertas, el artículo abre una ventana para considerar desde una nueva perspectiva el tema de la optimalidad de las leyes de derecho de autor (leyes de copyright). Puede resultar ineficiente el imponer el cumplimiento de leyes de copyright que excluyen el uso de un bien público cuando este ha sido producido espontáneamente por un movimiento altruista. Pensar para esto en lo que ocurrió con

UNIX, desarrollado significativamente en sus orígenes por lo que podríamos considerar como un grupo altruista, y que fué apripiado posteriormente por altuna otra gente, retardando de esa manera el fenómeno Linux. De manera que derechos de autor de bienes públicos excluíbles por ley deberían ser reconsiderados en al menos algunos casos, teniendo en cuenta consideraciones de eficiencia económica. También, consideraciones de políticas públicas que tienen que ver con estímulo al crecimiento económico propiciado por desarrollo tecnológico podrían incluir el instrumento de formación de preferencias y apoyo oficial a grupos altruistas que producen el tipo descrito de bienes públicos.

References

[1] Andreoni, James, "Giving with Impure Altruism: Applications to Charity and Ricardian Equivalence", *Journal of Political Economy*, 1989, v.97.

[2] Andreoni, James, "Impure Altruism and Donations to Public Goods: A Theory of Warm-Glow Giving", *The Economic Journal*, 1990, v.100, pp. 464-477.

[3] J. R. Barro, "Are government bonds net wealth?", *Journal of Political Economy*, 1095–1117, 1974.

[4] G. S. Becker, "A theory of social interactions", *Journal of Political Economy*, 1063–1093, 1974.

[5] Border, K. C. *Fixed Point Theorems with Applications to Economics and Game Theory.* Cambridge University Press, 1992.

[6] Cornes, Richard, and Sandler, Todd. "Easy Riders, Joint Production, and Public Goods" *Economic Journal* 94, 1984: 580-98

[7] Marhuenda, Francisco and Felipe Pérez-Martí, "Altruism and Incomplete Markets", University of Alicante working paper. May 1998.

[8] Marhuenda, Francisco and Felipe Pérez-Martí, "Consistency of interdependent preferences", Universidad Carlos III de Madrid working paper. September 1999.

[9] Mas-Colell, A., Whinston, M. and J. G. *Microeconomic Theory* Oxford University Press, 1995.

[10] Ok, Efe and Vega-Redondo, Fernando, "On the Evolution of Individualistic Preferences: Complete versus Incomplete Information Scenarios". University of Alicante working paper, March 1999.

[11] Stark, O. *Altruism and Beyond.* Cambridge University Press, 1995.

[12] Arnott, R. and Stiglitz, J. E. "Moral Hazard and Nonmarket Institutions: Dysfunctional Crowding Out or Peer Monitoring?, American Economic Review, March 81: 179–190, 1991.